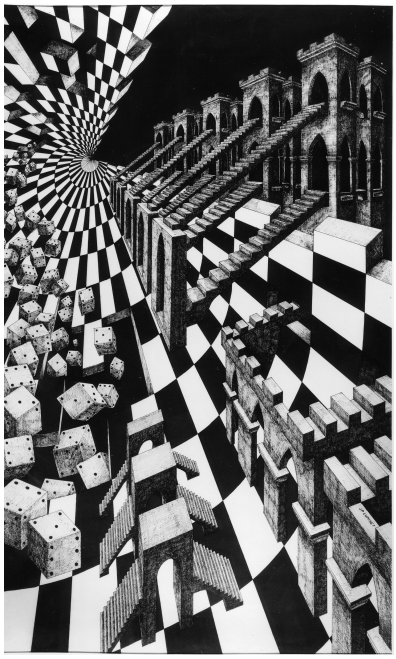
SCIENCE, ART ET IMAGINATION GÉOMÉTRIQUE

par

Jean-Pierre LUMINET

Séance du 1 février 2017

Physicien théoricien initialement formé aux mathématiques et féru de géométrie, mais aussi et surtout amateur des beaux-arts, j'ai toujours tenté de dépasser le clivage éducatif introduit dès les bancs du lycée entre les disciplines scientifiques et celles relevant des « humanités ». Passionné par les diverses formes d'expression artistique, j'ai moi-même pratiqué, en complément de mes activités de chercheur, ces diverses formes de l'imagination créatrice que sont la littérature, la musique et les arts plastiques. D'où ce sujet ambitieux traitant du rôle à la fois historique et contemporain de l'imagination géométrique dans les créations scientifique et artistique. En illustration liminaire je me permets justement de montrer un dessin de jeunesse où, dans un style architectural influencé par les gravures de Piranèse et d'Escher, j'avais voulu représenter de manière métaphorique, à droite l'émergence de structures à partir d'un vortex initial, à gauche la composante aléatoire et non déterministe du processus symbolisée par une chute de dés.



J.-P. Luminet, *Big Bang*, encre de chine (1972)

SPHÈRES, POLYÈDRES ET COSMOS

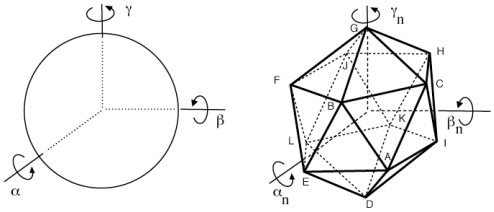
Les concepts d'harmonie universelle et de représentation géométrique du monde ont très tôt été appliqués à l'étude du firmament. Dès le VIe siècle avant notre ère, autour du bassin méditerranéen, les Pythagoriciens ont développé une théorie cosmologique fondée sur les proportions, les nombres et les résonances entre les notes de l'échelle musicale naturelle. Au IVe siècle, Platon adopta le terme *cosmos* – jusqu'alors utilisé pour décrire

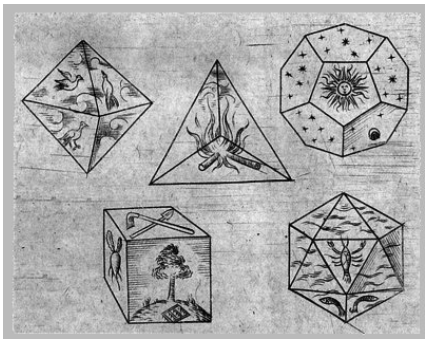
la parure des femmes (cf. le mot cosmétique), l'art des ornements, la beauté physique et morale, l'ordre et la vérité – pour désigner l'ensemble formé par la Terre et les astres. Le cosmos était également le sujet principal de la poésie (« poiêsis » signifiant toute forme de création) ; dès lors le monde matériel, miroir du cosmos poétique, devint synonyme d'ensemble majestueux gouverné par des principes esthétiques, obéissant à des lois naturelles pouvant être déchiffrées et décrites en termes géométriques. Platon fit d'ailleurs graver au-dessus de la porte de son Académie l'inscription : « que nul ne pénètre s'il n'est géomètre ». Les astronomes et philosophes de ce temps avaient compris que les mouvements des astres n'étaient pas aléatoires, mais suivaient des lois permettant de les prédire ; ce fut le point de départ de l'application de la géométrie à la compréhension des mécanismes du cosmos.

Platon et son disciple Aristote introduisirent une distinction entre le monde sublunaire et le monde supralunaire. Le premier, s'étendant de la Terre à la Lune, était constitué des quatre éléments matériels - terre, eau, air, feu - ainsi que de leurs combinaisons ; monde du changement où les créatures et les choses naissent, croissent, s'altèrent et meurent. Le second, comprenant les astres, les cieux et le firmament, était le royaume de la perfection, supposé éternel et invariable. En termes géométriques, le monde supralunaire devait nécessairement s'organiser en sphères concentriques – la sphère étant par excellence la figure parfaitement symétrique, uniforme et harmonieuse. Dans le monde sublunaire, moins harmonieux car corrompu, chacun des constituants était représenté par une figure géométrique moins symétrique que la sphère, à savoir l'un des « solides platoniciens » - aujourd'hui appelés « polyèdres réguliers ». La terre était rattachée au cube, l'eau à l'icosaèdre, l'air à l'octaèdre et le feu au tétraèdre (ou pyramide). La correspondance était mûrement pensée. Platon associa par exemple le cube à l'élément le plus pesant, la terre, parce que le cube est la forme la plus difficile à mouvoir. L'icosaèdre fut placé sous le signe de l'eau car c'est le solide platonicien qui, possédant le plus grand nombre de faces (cinq triangles se rencontrent à chaque sommet), forme une structure relativement ronde et fluide ; et ainsi de suite…

Pour Platon, les polyèdres réguliers révélaient l'essence propre des éléments. Lorsque son contemporain Théétète lui signala qu'il existait un cinquième polyèdre régulier, en l'occurrence le dodécaèdre à douze faces pentagonales dont la forme se rapproche le plus de la sphère, Platon imagina une cinquième essence (« quintessence ») lui permettant de compléter son modèle géométrique du cosmos. Elément de transition entre les mondes sublunaire et supralunaire, il fut nommé *éther*, dont l'étymologie signifie « court toujours » - comme les astres autour de la Terre.

Depuis lors, le dodécaèdre fut chargé d'un lourd symbolisme. Le nombre 5 associé à la forme pentagonale de ses faces joue en effet un rôle particulier en occultisme : le pentacle ou étoile à cinq branches, à l'intérieur duquel sont inscrits des lettres, des mots et des signes, est censé traduire une structure universelle. Le nombre 12, qui est celui de ses faces, le met naturellement en correspondance avec les 12 signes du zodiaque, les 12 mois de l'année, les 12 apôtres, etc. On a retrouvé des artefacts en bronze de forme dodécaédrique d'origine gallo-romaine. De fait, les solides dits platoniciens étaient connus depuis très longtemps ; les peuples néolithiques d'Ecosse en avaient déjà réalisé des modèles en pierre, dont la fonction demeure cependant inconnue.





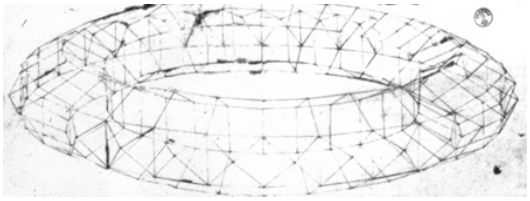
Gauche : Le groupe des rotations. Une sphère gare le même aspect quelle soit la façon dont on la fait tourner autour de ses trois axes. Le groupe de rotations correspondant est dit « continu ». En revanche, un polyèdre régulier ne conserve son aspect que si les angles sous lesquels on le fait tourner prennent un ensemble fini de valeurs. Le groupe de symétrie correspondant, sous-ensemble du groupe complet de rotations, est discontinu. *Droite :* Euclide fut le premier à démontrer qu'il n'existe que 5 polyèdres réguliers dans l'espace tridimensionnel. Comme l'illustra Kepler dans son *Harmonie du Monde* (1619), la terre était associée au cube, l'eau à l'icosaèdre, l'air à l'octaèdre, le feu au tétraèdre et le cinquième élément « éthéré » au dodécaèdre.

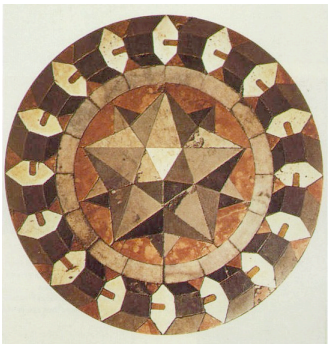
Les concepts cosmologiques de Platon et Aristote conduisirent à l'élaboration d'un modèle d'univers fini et fermé, construit sur un emboîtement de sphères concentriques portant les orbites des planètes et des étoiles supposées tourner en cercles autour d'une Terre immobile située au centre – d'où le qualificatif de « géocentrique » donné à ce système du monde.



Modèle d'univers géocentrique, fermé par l'ultime sphère des étoiles fixes selon Aristote, adapté au XVe siècle par les théologiens chrétiens qui ont introduit hors du monde physique l'Empyrée, demeure de Dieu et des Bienheureux. Extrait de Petrus Apianus, *Cosmographicus Liber*, 1524.

Les solides platoniciens ont joué un rôle important tout au long de l'évolution des « images du monde », exerçant notamment une vive fascination à la Renaissance, comme en témoignent les œuvres d'artistes-géomètres comme Paolo Uccello (1397 – 1475) et Piero della Francesca (1415 ?-1492). L'esprit analytique d'Uccello le conduisit à appliquer une procédure mathématique pour représenter les objets dans l'espace tridimensionnel.

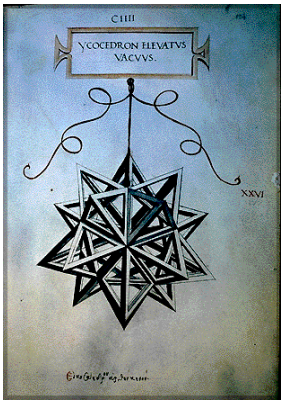




A gauche : La fresque d'Uccello intitulée *Le Déluge* (1448) montre un personnage affublé d'un *mazzocchio* – chapeau en forme de tore porté par les riches Florentins du 15e siècle. Ce croquis préparatoire montre le soin avec lequel l'artiste a représenté le tore en perspective en le décomposant en petits éléments polyédriques. *Droite :* Ce pavage en marbre attribué à Uccello, que l'on peut voir à la Basilique San Marco de Venise, est construit autour d'un dodécaèdre étoilé, deux siècles avant que Kepler en fasse une description mathématique.

Selon Giorgio Vasari, Piero della Francesca fut le meilleur géomètre de son temps. Trois de ses traités sont connus des mathématiciens modernes, dont le *Petit Livre Sur les Cinq Corps Réguliers*. Les sujets abordés dans ses écrits comprennent l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie et des innovations concernant la représentation des solides et la perspective. Une large partie de son travail fut utilisé par son élève Luca Pacioli (1445 ?-1514 ?), professeur de théologie, humaniste et mathématicien de renom. Dans son traité *La Divine Proportion* de 1509, Pacioli utilisa les solides platoniciens pour définir les règles de la proportion harmonique, applicables aussi bien en musique qu'en architecture, en calligraphie, en poésie et autres disciplines artistiques. La notion de proportion harmonique est liée au célèbre nombre d'or (deux longueurs sont reliées par le nombre d'or lorsque le rapport entre leur somme et la plus grande des deux est égal au rapport entre la plus grande et la plus petite). Comportant de splendides illustrations de Leonardo da Vinci, ami et collaborateur de Pacioli, *La Divine Proportion* influença considérablement plusieurs générations d'artistes et d'architectes.



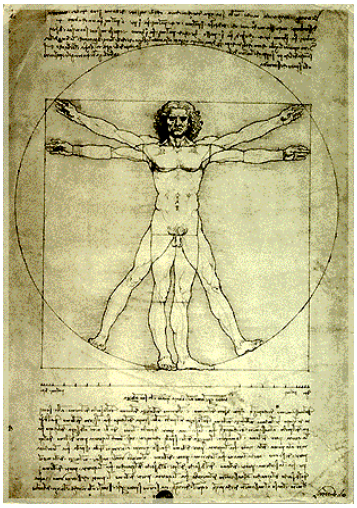


Gauche : Ce portrait de Luca Pacioli attribué à Jacopo de Barbari (1495) montre une table couverte d'instruments de la géométrie : ardoise, craie, règle, compas, dodécaèdre. Un rhombicuboctaèdre à demi-rempli d'eau est suspendu au plafond. Pacioli démontre à un étudiant un théorème d'Euclide. *Droite :* Pacioli demanda à Leonardo da Vinci de dessiner les diagrammes de son ouvrage. Ici, un icosaèdre étoilé.

De fait, Pacioli reprit le système de proportions rationnelles établi au Ier siècle avant notre ère par le romain Vitruve dans ses *Dix Livres sur l'Architecture*. L'architecte idéal selon Vitruve, repris par les humanistes de la Renaissance, était celui d'un homme de lettres, habile dessinateur, mathématicien, familier des questions scientifiques, formé à la

philosophie et à la musique, connaissant la médecine et les affaires juridiques, sachant faire des calculs astronomiques.

Vitruve avait insisté sur l'unité entre le cosmos – le macrocosme – et l'anatomie humaine – le microcosme. Le fameux « homme de Vitruve », standard de la symétrie et de la juste proportion, intrigua tant les artistes que les architectes de la Renaissance, à commencer par Leonardo da Vinci et son *Homo Universalis*. L'œuvre théorique de Leon Battista Alberti sur la peinture utilisa les proportions esthétiquement plaisantes du corps humain idéal pour perfectionner l'aspect et la fonction des constructions d'architecture. Comme le nombre d'or peut également être déduit des propositions d'un pentagone régulier, il fait partie intégrante de la structure d'un dodécaèdre, comme illustré notamment dans une peinture de Nicolas Neufchatel.





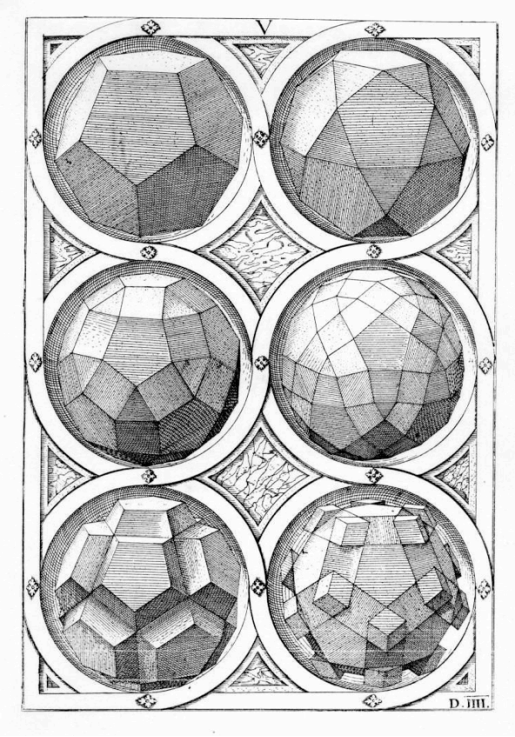
Gauche : Leonardo da Vinci, *Homo Universalis*, inspiré de l'homme de Vitruve. *Droite :* Nicolas Neufchatel (1527-1590), *Portrait de Johannes Neudörfer et de son Fils*, Huile sur toile.

En 1525, Albrecht Dürer (1471-1528) publia à Nuremberg ses *Quatre Livres sur la Mesure*, cités plus tard par Galilée et Kepler. Le quatrième tome traite de la géométrie des solides platoniciens, des solides semi-réguliers dits Archimédiens et de plusieurs autres figures de son invention, le tout illustré de merveilleux dessins.



La Mélancolie, ou l'Esprit de l'Homme en Quête du Secret de l'Univers. Cette célèbre gravure de Dürer, datée de 1514 comme indiqué dans le carré latin en haut à droite, montre un personnage contemplant la nature du monde dans un état de mélancolie, associé au Moyen-Âge à la bile noire et à la planète Saturne. Cet homme muni d'ailes préfigure les interrogations de Johann Kepler cherchant à exprimer l'harmonie sous-jacente du cosmos à l'aide de sphères et de polyèdres. Dans le ciel luit un astre que l'on peut identifier à la grande comète de l'hiver 1513-1514. Tendant vers le signe zodiacal de la Balance, elle annonce, sinon la fin des temps, du moins l'achèvement d'un cycle du monde. L'échelle à sept degrés rappelle la croyance des Grecs byzantins selon laquelle l'âge du monde ne dépasserait pas sept mille ans. Le Moyen Âge s'achevait, Dürer, contemporain de Copernic, fut l'un des principaux artisans de la Renaissance.

Wenzel Jamnitzer (1508-1585) s'inspira de Dürer dans son magistral *De le Perspectives des Corps Réguliers*, publié en 1568 et décrivant de subtiles variations géométriques sur les solides platoniciens, y compris leurs stellations. Chacun des polyèdres réguliers, associés aux éléments, est représenté par quatre planches contenant chacune six aspects différents du polyèdre. Son ouvrage figurait en bonne place dans les bibliothèques personnelles de Tycho Brahe et de Kepler.



Variations sur le dodécaèdre. A chaque polyèdre régulier Jamnitzer associai une voyelle : A pour le tétraèdre, E pour l'octaèdre, I pour le cube, O pour l'icosaèdre et U (écrit V) pour le dodécaèdre. Cette correspondance était liée à une vieille tradition attribuant un sens ésotérique aux lettres de l'alphabet, en particulier aux voyelles. La signification des lettres Alpha et Omega est connue pour désigner le commencement et la fin. Jamnitzer choisit le A pour le tétraèdre, c'est-à-dire l'origine pour le plus simple des polyèdres, et le U (équivalent du grec Omega) pour le dodécaèdre, le plus complexe.
Wenzel Jamnitzer, *Perspectiva Corporum Regularum*, 1568.

Humaniste, Nicolas Copernic (1473-1543) s'intéressa à la science, mais aussi à la médecine, à la politique, à l'art militaire, à la peinture… En ce sens, il fut le premier artisan de la « Renaissance scientifique ». Il subit l'influence décisive du Quattrocento : son séjour de dix années en Italie, à la fin du XVe siècle, coïncida avec la résolution de problèmes que se posaient les artistes et les savants italiens quant à la représentation de l'espace, à savoir la perspective. Son système du monde, construit quelques mois en Pologne après son retour d'Italie, en appliqua directement les idées. Copernic les incorpora d'une certaine manière dans son nouveau système du monde, conçu pour améliorer les erreurs dans les positions des planètes et dans les prédictions des éclipses de Lune selon le système de Ptolémée. Mais la motivation profonde de Copernic était d'ordre esthétique, ainsi qu'il l'écrivit dans son *De la Révolution des Orbes Célestes,* publié à Nuremberg en 1543 : « Dans cet arrangement, donc, nous découvrons une merveilleuse symétrie de l'univers, et une relation harmonieusement établie entre le mouvement des sphères et leur taille, qui ne peut être trouvé d'aucune autre manière. » Pour y parvenir, Copernic ressuscita le modèle héliocentrique du système solaire entrevu à Alexandrie par Aristarque de Samos au IIIe siècle avant notre ère, fondé sur le double mouvement de la Terre. Copernic comprit que nous voyons le monde d'un point de vue qui se déplace. La Terre joue pour le monde observé le rôle de la fenêtre (*tavoletta*) utilisée par Brunelleschi pour découvrir les lois de la perspective, mais une fenêtre *mobile*. La mobilité du point de vue expliquait de façon élégante les mouvements

apparents des planètes. De plus, le déplacement de la Terre offrait la possibilité (inexistante chez Ptolémée) de mesurer des parallaxes, c'est-à-dire les éloignements des étoiles. La vision en perspective du ciel joua donc un rôle fondamental dans l'élaboration du système de Copernic, pour déterminer « la structure du monde et l'harmonie de ses parties ». Par la suite, sous la forme de ce que l'on appelle aujourd'hui « principe de Copernic » qui nie l'existence de toute position privilégiée dans le cosmos, la perspective fit partie intégrante de l'astronomie et présida à toute tentative de conceptualisation et d'exploration de l'espace.

Professeur de mathématiques à l'Université de Tübingen, Michael Maestlin (1550-1631) fut l'un des premiers et rares savants à accepter et enseigner la thèse copernicienne. Johann Kepler fut son plus brillant élève. Par la suite, Maestlin correspondit fréquemment avec lui et joua un rôle important dans son adoption de la théorie copernicienne. On attribue également à Maestlin la conversion – bien que plus prudente et discrète – de Galileo Galilei à l'héliocentrisme. Notons que le premier calcul connu de l'inverse du nombre d'or, « d'environ 0,6180340 », figure dans une lettre de Maestlin à Kepler datée de 1597.

Son contemporain, le grand astronome Danois Tycho Brahe (1546-1601), ne put se résoudre à admettre le décentrage cosmique de la Terre. Sachant toutefois qu'un modèle strictement géocentrique ne parvenait plus à rendre compte correctement du mouvement des planètes dont il avait fait de soigneuses observations, il proposa en 1588 un système mixte qui eut un succès considérable : selon lui la Terre demeurait fixe au centre du monde, le Soleil, la Lune et les étoiles tournant en cercles autour d'elle, mais les cinq autres planètes ainsi que les comètes tournant bel et bien autour du Soleil !

Il n'en reste pas moins que, éduqué dans la tradition du savoir humaniste, Tycho Brahe fut fasciné par le concept d'harmonie céleste. En 1576, Fréderic II, roi du Danemark et protecteur de Brahe, lui permit de bâtir sur l'île de Hven (Vénus en danois) un magnifique château-observatoire entièrement dédié à l'astronomie : Uraniborg. Fervent admirateur de Vitruve et impressionné par les récentes réalisations architecturales qu'il avait visitées lors de ses voyages dans l'Italie du Nord, il acquit les magnifiques éditions illustrées des ouvrages de Serlio et Palladio. Brahe conçut alors les bâtiments d'Uraniborg selon la théorie de la divine proportion, qui avait été appliquée à l'architecture par Palladio (1518-1580). Les *Quatre Livres d'Architecture* de ce dernier, publiés à Venise en 1570, appliquaient directement la proportion et la symétrie à l'art de l'architecture. Son système incluait l'utilisation des rapports harmoniques dérivés de la théorie musicale. Tout comme le corps humain, les bâtiments de Palladio étaient symétriques par rapport à un axe central comprenant des éléments isolés placés sur l'axe – comme le nez, la bouche ou le nombril d'un corps humain, et des éléments latéraux figurant en paires – comme les yeux, les oreilles ou les bras. Au cœur de cette organisation microcosmique des structures se trouvait la figure de l'homme de Vitruve, inscrite dans ses carrés et ses cercles homocentriques. Dans sa forme la plus simple et la plus monumentale, l'unité du microcosme et du macrocosme, le rôle de l'humain dans l'univers et l'assimilation de l'esprit de Dieu avec la structure mathématique du monde pouvaient s'exprimer dans une construction à la fois œuvre d'art, emblème et demeure humaine.

L'idéal Palladien, illustré par la Villa Rotonda à Vicence, était qu'une maison de campagne devait être une petite cité à l'image de l'organisation du cosmos. Pour Palladio, l'architecture devait imiter le sens géométrique de l'ordre qui constituait l'architecture cachée de l'univers. Si un astronome comme Tycho Brahe était parvenu à une certaine compréhension de l'univers, il pourrait exprimer cette compréhension à travers

l'architecture. Dans le cas de son Château des Etoiles sur l'île de Hven, il s'agissait aussi d'un temple à la gloire d'Apollon, de Mercure et des Muses.





La Villa Rotonda *(gauche)* est une villa Renaissance près de Vicence, dans le nord de l'Italie, bâtie par Andrea Palladio entre 1566 et 1571. Elle souleva l'admiration générale et fut la source d'inspiration pour la conception du manoir de Tycho Brahe, Uraniborg *(droite)*.



Uraniborg (« Château des Etoiles ») abritait une véritable communauté consacrée à l'observation du ciel, dont l'organisation reflétait l'étonnante personnalité de son créateur. Outre les observatoires, on y trouvait en effet les ateliers destinés à fabriquer les instruments, une bibliothèque, un laboratoire, un moulin à papier, une presse, des jardins potagers, des viviers, un arboretum, un système d'irrigation, un moulin à farine, etc. À Uraniborg, Tycho se consacra à l'observation du ciel. Durant 20 ans il nota avec une précision jusqu'alors inégalée les positions des planètes.
Extrait de *Astronomiae Instauratae Mechanica*, 1598.

Johann Kepler (1571-1630) fut sans doute le premier à intégrer sa fascination pour l'harmonie dans une vision générale du monde que nous pouvons considérer comme scientifique. Son intention avouée était de rechercher les causes des nombres, tailles et mouvements des planètes sur leurs orbites. Selon lui ces causes, cet ordre universel trouvaient leurs racines dans la géométrie. Comme il l'écrivit plus tard : « La Géométrie, qui avant l'origine du monde coexistait à l'esprit divin et s'identifiait à lui, fournit à la Divinité les schémas de la création du monde ».

Dans les années 1590, Kepler, alors mathématicien à Graz, adopta les idées de Copernic. Le système héliocentrique montrait comment le double mouvement de la Terre, sur elle-même et autour du Soleil, pouvait rendre compte des phénomènes célestes et planétaires. Kepler entendit prouver que cette simple hypothèse, destinée à « sauver les apparences », correspondait bien à la réalité. Dans son *Secret du monde* (1596), Kepler appliqua la géométrie pour résoudre de manière originale le problème des rapports entre les orbites planétaires. Selon lui, les cinq solides platoniciens devaient correspondre exactement aux cinq intervalles entre les six planètes connues (Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter, Saturne). Il démontra mathématiquement que les solides platoniciens

s'agençaient l'un dans l'autre d'une manière unique, selon une architecture reproduisant assez bien ce qui était connu du système solaire. Pour Kepler, cela ne pouvait être un hasard : persuadé d'avoir découvert le « secret du monde », il interpréta cette correspondance comme une manière nouvelle et rationnelle de rendre compte de l'harmonie fondamentale qui régnait dans le ciel.

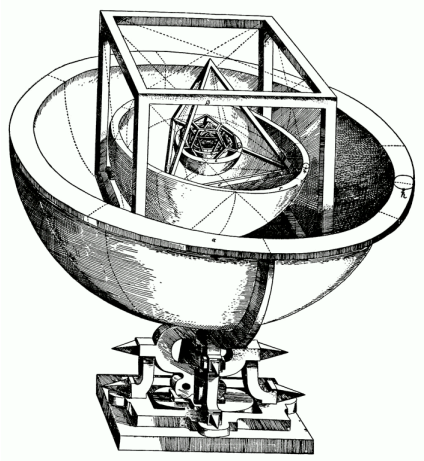
Fervent luthérien, Kepler voulait en même temps chanter la gloire de Dieu, selon lui responsable de l'agencement harmonieux du monde - livre sans paroles recélant les secrets que l'homme de science se devait de découvrir. Il afficha cet objectif dès les premières lignes de sa Préface au *Secret du monde* : « Mon dessein, Lecteur, est de démontrer dans ce petit ouvrage que le Créateur Très Bon et Très Grand s'est référé pour la création de ce monde mobile et la disposition des cieux à ces cinq corps réguliers qui, depuis Pythagore et Platon jusqu'à nos jours, ont acquis une si grande célébrité, et qu'il a ordonné en fonction de leur nature le nombre des cieux, leur proportion et le rapport de leurs mouvements. »

Pour Kepler, tout concourait pour exprimer l'harmonie du monde : la poésie et la musique aussi bien que les mathématiques et la géométrie. Il se rattachait ainsi à un vaste courant de réhabilitation du rôle des mathématiques pour l'étude de la nature, encore naissant à son époque mais qui connut par la suite des partisans encore plus radicaux, comme Descartes et Galilée. Ce dernier ne déclara-t-il pas dans *L'Essayeur* (1623) : « La philosophie est écrite dans ce vaste livre qui constamment se tient ouvert devant nos yeux (je veux dire l'Univers), et on ne peut le comprendre si d'abord on n'apprend pas à connaître la langue et les caractères dans lesquels il est écrit. Or il est écrit en langue mathématique, et ses caractères sont les triangles, les cercles et autres figures géométriques, sans lesquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot, sans lesquels on erre vraiment en un labyrinthe obscur » ?

Cette résurgence des mathématiques comme discipline fondamentale rendit bientôt obsolètes les considérations mystiques fondées sur la numérologie, de la même façon que le développement de l'astronomie et de l'astrophysique conduisit au déclin de l'astrologie en tant que système d'explication du monde.

Après la mort de son protecteur à la fin des années 1590, Tycho Brahe tomba en disgrâce et quitta Uraniborg. Il s'installa à Prague sous la protection de Rodolphe II, empereur du Saint Empire Romain germanique, et invita Kepler à travailler auprès de lui. Après sa mort en 1601, Kepler prit possession de ses résultats d'observations à la précision inégalée et travailla intensément sur les données relatives à l'orbite de Mars. Dès 1605, il en détermina la forme : non pas un cercle ou une composition de cercles, mais une ellipse ayant pour foyer le Soleil. Cette découverte renouvela de fond en comble l'astronomie planétaire. Dans son *Astronomie Nouvelle* (1609), Kepler modifia l'architecture copernicienne du système solaire en détruisant le dogme de la perfection circulaire ; plus encore, il suggéra que les planètes suivaient leurs orbites à cause d'une influence venue du Soleil.

Cette célèbre gravure que Kepler réalisa à l'âge de 25 ans expose une vue générale du système solaire fondée sur les polyèdres réguliers. Il inscrivit un octaèdre entre les orbites de Mercure et de Vénus, un icosaèdre entre Vénus et la Terre, un dodécaèdre entre la Terre et Mars, un tétraèdre entre Mars et Jupiter, et un cube entre Jupiter et Saturne. Après de nombreux calculs, Kepler vit « les solides symétriques s'insérer les uns après les autres avec tant de précision entre les orbites appropriées que si un paysan demandait à quels crochets les cieux sont

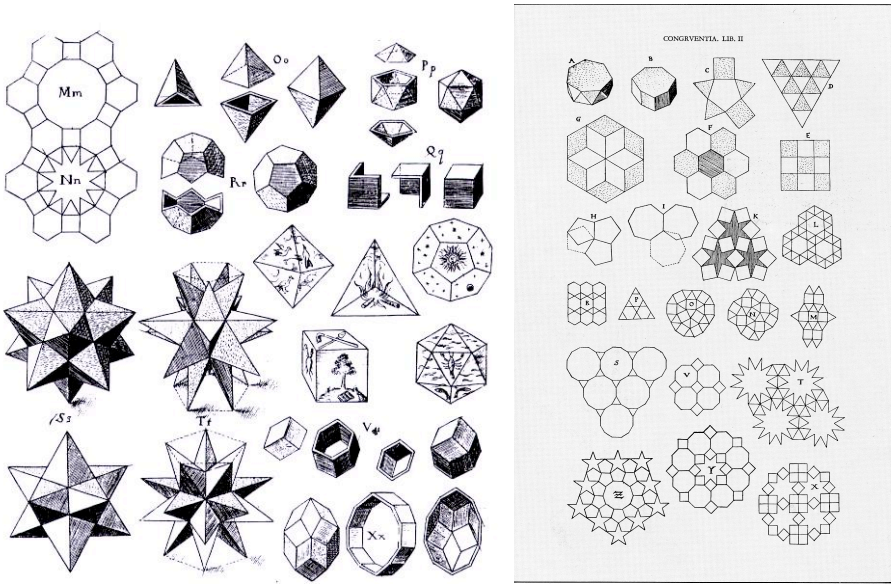


fixés pour ne pas tomber, il serait facile de lui répondre ». Son imagination débordante lui suggéra de prolonger cette référence à l'harmonie en faisant appel au sens du goût. Il entreprit le projet d'une « coupe cosmique », véritable distributeur de boissons choisies et préparées en correspondance avec les polyèdres et les harmonies planétaires. Il se rendit à la cour de son protecteur, le duc Frédéric de Wurtemberg, pour le persuader de faire construire une maquette de l'Univers en forme de coupe. Les symboles des planètes seraient taillés dans des pierres précieuses, la coupe verserait plusieurs breuvages, que des tuyaux dissimulés amèneraient de chaque sphère planétaire à sept robinets disposés sur le rebord. Le projet, trop coûteux, n'aboutit pas.
Planche du *Mysterium Cosmographicum,* 1596.

Dans *L'Harmonie du monde* (1619), Kepler acheva la formulation des lois planétaires, encore utilisées aujourd'hui. La troisième, dite des périodes, est une relation, harmonique au sens mathématique du terme, entre le grand-axe de l'orbite et la période de révolution, et facilite considérablement le calcul du mouvement des planètes, sans toutefois en expliquer la cause physique. Cette tâche incomba à Newton, chez qui cette harmonie planétaire se comprit comme la manifestation des lois de l'attraction universelle.

Bien que Kepler fût forcé d'abandonner les polyèdres réguliers pour décrire la structure du système solaire, il garda sa fascination pour ces formes quasi parfaites. En étudiant le groupe des polyèdres semi-réguliers (rhomboïdes, prismes, etc.) qui incorporait au groupe des solides réguliers les formes non convexes, Kepler étudia les « stellations ». Dans un merveilleux petit traité de 1610, *L'Étrenne ou la Neige sexangulaire*, il révéla les formes hexagonales des flocons de neige et fit le lien avec celles de certains cristaux. Il en rendit compte par des raisonnements géométriques prémonitoires, en se demandant par exemple comment empiler des solides réguliers de la façon la plus compacte possible. La nature réalise ce type d'empilements : les pépins de grenade, de forme rhomboédrique, occupent le moins d'espace possible dans le fruit, et les alvéoles d'abeilles ont une forme hexagonale qui permet d'enfermer la plus grande quantité de miel. Mais Kepler entrevit surtout les principes sous-jacents de symétrie qui président à l'ordonnancement du monde, sur toutes les échelles de grandeur, depuis les cristaux jusqu'aux orbites planétaires et au cosmos tout entier. De tempérament mystique, Kepler croyait que la symétrie géométrique était la langue naturelle avec laquelle Dieu s'était exprimé dans la Création.

Kepler voulait davantage que créer un modèle simple ou décrire les résultats de ses expériences et observations ; il entendait expliquer les causes de ce qu'il voyait. A ce point de basculement entre les pensées antique et moderne, Kepler abandonna le mysticisme numérologique des Pythagoriciens au profit des formes élémentaires de la géométrie, qu'il considéra comme des « éléments logiques », des archétypes comme il les appela lui-même bien avant Jung. Cela fait de lui l'un des plus grands innovateurs de l'histoire des sciences et des idées.

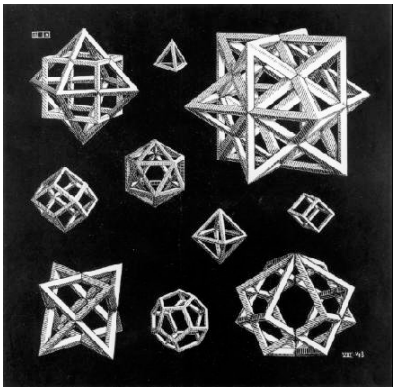
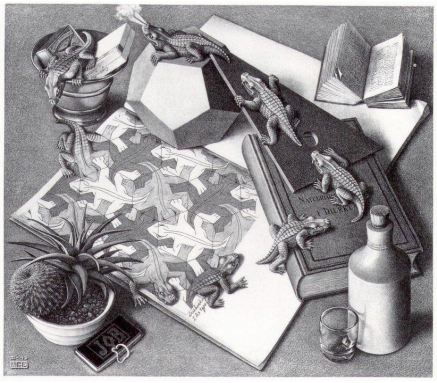


Kepler croyait que les polygones réguliers détenaient le secret de l'origine du cosmos. Partant de là il déduisit les « trois congruences les plus parfaites » (en d'autres termes les mosaïques ou, en langage mathématique moderne, les tessellations) découlant de l'un des trois polygones réguliers (triangle, carré ou hexagone) et « neuf congruences parfaites » déduites d'une combinaison de deux ou trois d'entre elles, ainsi que d'un nombre indéterminé d'autres dormes polygonales et étoilés. La construction de pavages fut inhérente à la pensée de Kepler, et fait aujourd'hui partie intégrante de travaux en géométrie non-euclidienne et en topologie. Planche extraite de *L'Harmonie du Monde,* 1619.

Au cours des siècles qui suivirent, nombre d'artistes dessinèrent des polyèdres, parmi lesquels Mauritz Cornelius Escher (1898-1972) – dont le frère fut professeur de cristallographie à l'Université de Leyde. Salvador Dali (1904-1989), en particulier, peignit une impressionnante *Cène* (1955) se déroulant dans une salle de forme dodécaédrique, ceinte de grandes baies vitrées pentagonales (le dodécaèdre symbolisant ici la spiritualité). Un autre de ses tableaux, *A la recherche de la quatrième dimension* (1979), montre deux dodécaèdres, l'un solide, l'autre ajouré et en feu.



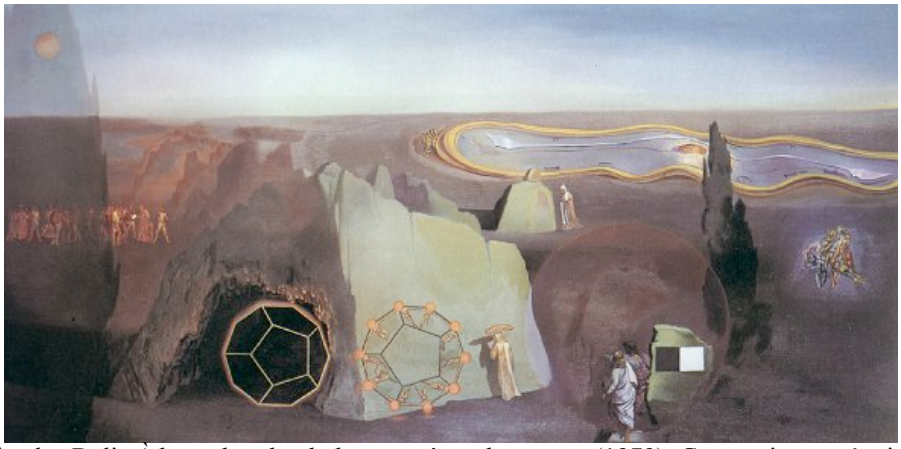
Cette gravure anonyme du 17e siècle montre des chérubins jouant dans le ciel avec des instruments astronomiques et un dodécaèdre symbolisant le cinquième élément d'Aristote, l'éther.

Gauche : M.C. Escher, *Etude d'étoiles,* gravure sur bois (1948). *Droite :* un dodécaèdre posé sur une table dans la lithographie *Reptiles* (1943).



Salvador Dali a explicitement utilisé la divine proportion dans l'une de ses œuvres maîtresses, *La Cène*. Les dimensions de la toile obéissent au nombre d'or. Un vaste dodécaèdre, dont les arêtes sont reliées deux à deux par la section d'or, est suspendu au-dessus de Jésus et domine l'ensemble de la composition.



Salvador Dali, *À la recherche de la quatrième dimension* (1979). Cette peinture réunit de façon remarquable diverses interprétations de la « quatrième dimension ». Une montre molle semble reposer sur le sol ou bien flotter : on ne saurait le dire, l'artiste voulant questionner la réalité de nos perceptions sur l'air et la terre ferme. La même ambiguïté se pose dans la partie gauche, où un groupe de personnages se rassemble dans un cercle suspendu ou pas dans les airs.

Mais c'est surtout en cosmologie, en cristallographie et en topologie que les polyèdres ont révélé tout leur potentiel explicatif. La théorie de la relativité générale affirme que l'espace possède une structure géométrique caractérisée par sa courbure et sa topologie. Certains modèles de la cosmologie moderne envisagent en effet la possibilité que l'espace soit d'une certaine manière polyédrique, et que l'arrangement du ciel relève d'une véritable cristallographie cosmique. Cette idée fascina quelques-uns des fondateurs

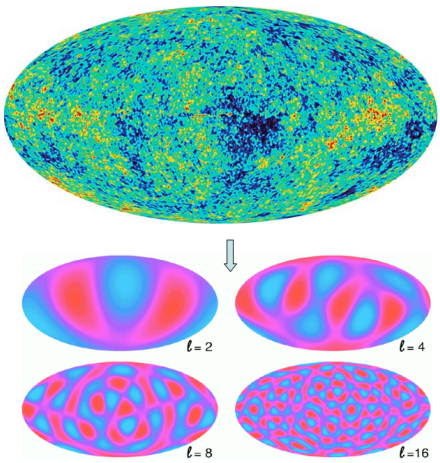
de la cosmologie du XXe siècle comme Friedmann et Lemaître, avant d'être quelque peu délaissée jusqu'à un retour en force ces dernières années.

Dans les modèles d'univers à topologie « chiffonnée », l'espace est représenté par un polyèdre fondamental. Les modèles les plus simples font appel à des cubes ou des parallélépipèdes pour dont la répétition crée un espace toroïdal, mais dans le cas général il existe un nombre infini de structures topologiques. La caractéristique commune de ces polyèdres fondamentaux est de posséder certaines symétries (formant un groupe dit d'holonomies), qui relient les faces entre elles ; les points correspondants de chaque face sont donc « identifiés » de telle manière que l'espace physique résulte d'un processus de repliement complexe. Les symétries géométriques globales de l'univers reflètent alors les symétries de son polyèdre fondamental.

Du point de vue d'un observateur, les modèles d'univers chiffonnés introduisent une perspective céleste radicalement nouvelle. Dans l'interprétation usuelle du ciel, chaque source lumineuse que nous voyons correspond à un astre spécifique – étoile, galaxie, etc. – d'autant plus faible en magnitude qu'il est plus lointain. Ce n'est plus du tout le cas dans un petit espace chiffonné, en vertu desquels certains corps célestes se manifestent par toute une série d'images « fantômes », de sorte que le ciel que nous percevons n'est pas l'univers tel qu'il est réellement, mais plusieurs images de l'univers vues selon des angles et à des distances différentes. Avec mes collaborateurs j'ai développé des méthodes de *cristallographie cosmique*, qui repèrent dans la distribution tridimensionnelle des objets célestes lointains des corrélations spécifiques signalant des répétitions de structures analogues à celles des cristaux.



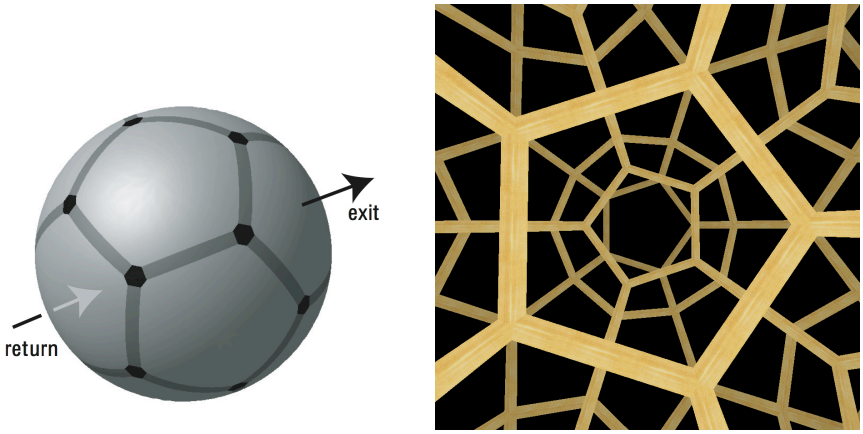
Gauche : Par analogie avec le cas bidimensionnel, on obtient un hypertore tridimensionnel en identifiant les faces opposes d'un parallélépipède. Le volume qui en résulte est fini. Imaginons-nous plongés dans un tel espace et supposons en outre que nous soyons lumineux comme des vers luisants. La lumière que nous émettons par le dos traverse la face du parallélépipède qui se trouve derrière nous, et réapparaît par la face de devant qui lui est équivalente : en regardant devant nous, nous voyons notre dos. De même, en regardant à droite nous pouvons observer notre profil gauche, et nous pouvons voir le dessous de nos pieds en levant la tête. En fait, comme la lumière se propage dans toutes les directions, nous voyons une infinité d'images de n'importe quel corps (ici la Terre) sous tous ses angles, disposées selon un réseau de parallélépipèdes qui, s'étendant dans tous les sens, reconstitue un espace visuel infini. *Droite :* Serge Salat et Françoise Labbé ont conçu des installations où le spectateur perd ses repères spatiaux, en ayant l'impression de pénétrer dans un espace cristallin démultiplié à l'infini.



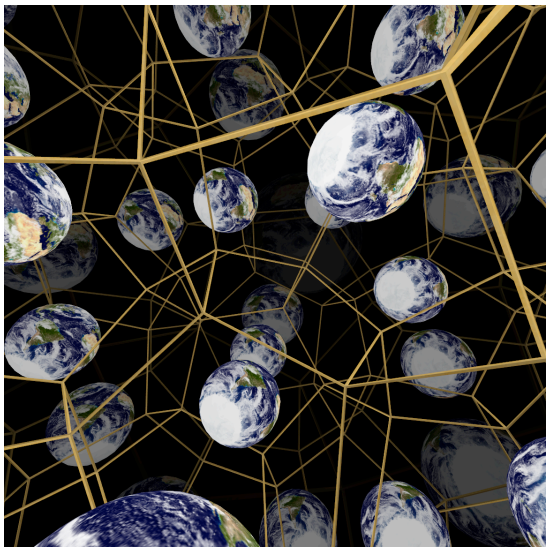
Décomposition harmonique du rayonnement de fond cosmologique selon les observations du télescope WMAP.

On peut aussi étudier la topologie de l'espace en analysant en grand détail les fluctuations de température du rayonnement de fond cosmologique. Comme les ondes sonores, celles-ci peuvent être décomposées en une somme d'harmoniques sphériques. La première harmonique observable est le quadripôle. Les données collectées entre 2003 et 2008 par le télescope spatial WMAP, qui a produit une carte haute résolution du rayonnement cosmologique, a montré que les fluctuations de température sur les petites et moyennes échelles (c'est-à-dire concernant des régions du ciel de taille relativement modeste) sont compatibles avec l'hypothèse la plus simple d'un espace infini sans courbure. Toutefois, sur des échelles angulaires d'environ 90°, correspondant à l'harmonique quadripolaire, les corrélations observées sont notablement plus faibles que celles prédites par le modèle standard. La faible valeur du quadripôle signifie qu'il manque les ondes de grande longueur d'onde, peut-être parce que l'espace n'est pas suffisamment grand pour les supporter. Cette situation se compare à celle d'une corde vibrante fixée aux deux extrémités, sur laquelle la longueur d'onde maximale d'une onde sonore est égale au double de la longueur de la corde. Une explication naturelle de ce phénomène se fonde sur un modèle d'univers fini sans bord, dans lequel la taille de l'espace impose une valeur maximum aux longueurs d'onde autorisées. L'auteur et ses collaborateurs ont proposé en 2003 le modèle d'espace dodécaédrique de Poincaré, qui donne lieu à un mirage topologique fascinant. Cet espace peut se décrire comme l'intérieur d'une sphère tissée par 12 pentagones incurvés. Il est fini, mais sans bords ni limites dans la mesure où lorsqu'on arrive à une paroi pentagonale, on se retrouve sur la face opposée en ayant tourné de 36°, comme dans un jeu vidéo. Une telle représentation repose sur une forme képlérienne de sculpture mentale pouvant être décrite de façon plastique autant qu'algébrique.

Notons que les symétries du dodécaèdre jouent aussi un rôle en mécanique quantique. Roger Penrose a fourni une ingénieuse démonstration du théorème de Bell (sur la non-localité) en utilisant un ensemble d'états de particules de spin (-3/2) ; ces états sont en connexion directe avec la géométrie d'un dodécaèdre.



Gauche : L'espace dodécaédrique de Poincaré peut se décrire comme l'intérieur d'un dodécaèdre sphérique tel que, si l'on « sort » par une face pentagonale, on « rentre » immédiatement par la face opposée après une rotation de 36°. Un tel espace est donc fini, bien que sans frontière ni bord, de sorte que l'on peut y voyager indéfiniment sans obstacle. *Droite :* Vue depuis l'intérieur perpendiculairement à une face pentagonale. Dans une telle direction, dix dodécaèdres s'empilent en tournant chaque fois de 1/10e de tour. Comme le dodécaèdre a 12 faces, 120 dodécaèdres sont nécessaires pour créer l'illusion d'une hypersphère complète.



Un observateur aurait donc l'impression de vivre dans un espace plus grand, une mosaïque de dodécaèdres empilés dont les images se répètent comme dans une galerie des glaces.

L'ART DES TESSELLATIONS

Imaginons une pièce tapissée de miroirs sur ses quatre murs verticaux, et plaçons-nous n'importe où dans la pièce : un effet kaléidoscopique se produit par rapport au coin le plus proche ; de plus, les réflexions répétées de chaque paire de miroirs opposés reproduisent sans cesse l'effet, créant l'illusion d'un réseau infini s'étendant dans un plan. Ce « pavage » d'un plan infini par des motifs qui se répètent porte, en mathématiques, le nom de *tessellation* (*tesselle* désigne une pièce de mosaïque).

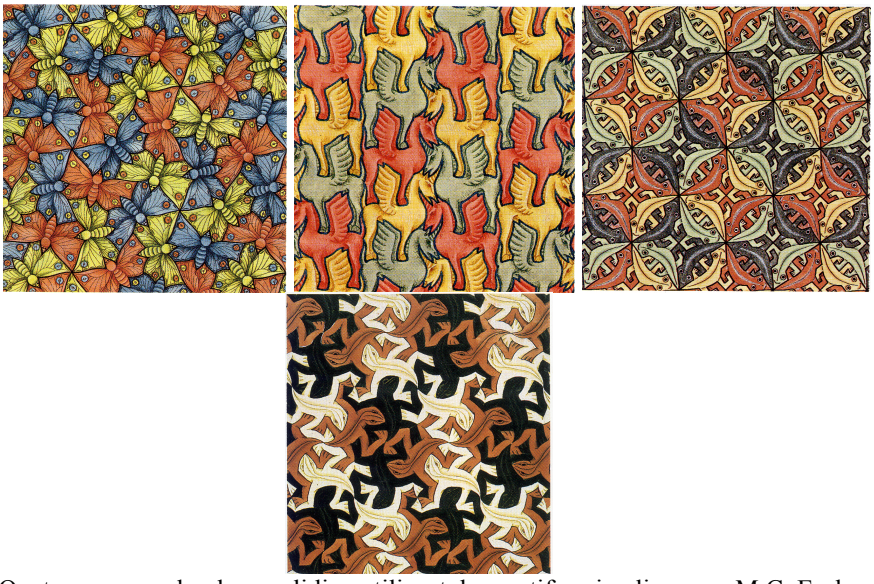
Les tessellations sont partie intégrante de la classification topologique des espaces. Prenons un rectangle pour domaine fondamental, et collons deux à deux ses bords opposés. On obtient un tore plat, surface dont la topologie est identique à celle d'un

anneau mais dont la courbure reste partout nulle. Les transformations mathématiques utilisées pour coller les bords (ici des translations) forment un groupe de symétries, dites holonomies. À partir du rectangle et en faisant agir les transformations du groupe d'holonomies sur chaque point, on crée indéfiniment des répliques du rectangle ; on réalise une sorte de pavage d'un espace plus grand (ici le plan euclidien), appelé « espace de revêtement universel ». Ce dernier peut être considéré comme un dépliement du rectangle d'origine.

La construction peut se généraliser aux espaces de dimension arbitraire. L'espace euclidien tridimensionnel ordinaire peut être pavé par un nombre infini d'hypertores, tandis que l'hypersphère finie peut être pavée par 120 espaces dodécaédriques de Poincaré. La topologie d'un espace est entièrement spécifiée si on se donne un domaine fondamental, un groupe d'holonomies particulier et un espace de revêtement universel pavé par les domaines fondamentaux.

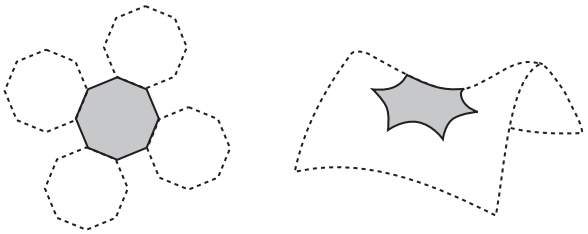
En 1891, le minéralogiste russe I. S. Fedorov a démontré que le nombre de groupes de symétries permettant de paver régulièrement le plan est égal à 17. En 1922, l'archéologue Andreas Speiser a fait remarquer que ces dix-sept groupes avaient été découverts empiriquement quatre mille ans plus tôt dans l'art ornemental. En étudiant les tissages grecs, les pavages des temples égyptiens et les mosaïques de l'Alhambra à Grenade, il a constaté qu'ils étaient composés de motifs identiques, combinés en symétries simples ou composées, toutes les opérations possibles se réduisant aux dix-sept groupes de Fedorov. La variété innombrable des ornements plans peut donc se réduire à une description mathématique exhaustive.

La liberté dans la sélection de la cellule fondamentale permet de paver le plan entier avec des motifs de formes diverses, à condition toutefois qu'ils obéissent à certaines symétries. Ce précepte a été mis en application par le graveur néerlandais Mauritz Cornélius Escher. En 1936, le jeune artiste se rendit à l'Alhambra de Grenade, où il fut fasciné par les pavages mauresques. Peu après cette visite, il lut un article de vulgarisation que le mathématicien hongrois George Pólya avait publié en 1924 sur les groupes de symétrie dans le plan. Sans en comprendre l'aspect abstrait, Escher sut en extraire les dix-sept groupes de symétrie qui y étaient décrits. Entre 1936 et 1941, il appliqua ses nouvelles connaissances dans une impressionnante série d'estampes présentant tous les pavages périodiques possibles. Prenant le contre-pied de l'art islamique, qui se cantonnait à des motifs purement géométriques, Escher utilisa des formes animales ou humaines : papillons, oiseaux, poissons, lézards, diablotins. Il entra en contact avec des mathématiciens de renom tels Donald Coxeter et Roger Penrose, et travailla en collaboration avec eux. En introduisant dans ses estampes des motifs de couleur – une dimension supplémentaire qui n'est pas prise en compte dans la classification de Fedorov –, Escher ouvrit un nouveau pan de la géométrie, la théorie des groupes de symétries polychromatiques, ultérieurement étudiée par Coxeter



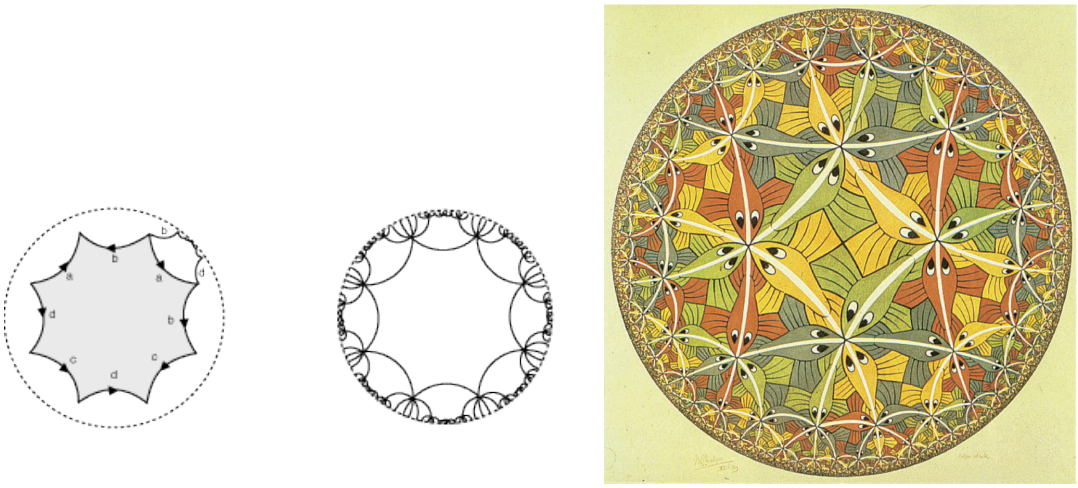
Quatre pavages du plan euclidien utilisant des motifs animaliers, par M.C. Escher.

Prenons maintenant deux tores et collons-les pour former un « double tore ». En ce qui concerne ses propriétés topologiques, cette surface à deux trous peut être représentée par un polygone à huit côtés – un octogone –, ce qui peut se comprendre intuitivement par le fait que chacun des tores était représenté par un quadrilatère. Mais cette surface ne peut servir à paver le plan euclidien, pour un problème d'angle évident : si l'on veut construire un octogone sur chacun de ses côtés, les huit octogones se chevaucheront. Il faut donc incurver les côtés et amincir les angles, autrement dit passer dans un espace hyperbolique : là seulement, on parvient à « caser » huit octogones autour de l'octogone central, et à partir de chacun des nouveaux octogones on peut en construire huit autres, *ad infinitum*. Par ce procédé on pave un espace infini de courbure négative : le plan hyperbolique de Lobatchevski.



Alors qu'il est impossible de paver le plan euclidien par des octogones - ce qui implique que le double tore n'est pas une surface euclidienne -, le plan hyperbolique peut être pavé par des octogones découpés dans le creux d'une selle. Les huit sommets de l'octogone doivent être tous identifiés en un point unique ; c'est la raison pour laquelle on doit utiliser un octogone négativement courbé avec des angles de 45 degrés ($8 \times 45 = 360$), au lieu d'un octogone plat dont les angles font 135 degrés.

Une représentation fascinante d'une mosaïque hyperbolique a été donnée par Henri Poincaré. Une certaine transformation de coordonnées (dite « conforme ») permet de ramener l'infini à distance finie, de sorte que l'espace de Lobatchevski tout entier est contenu à l'intérieur d'un disque. Le célèbre graveur néerlandais Mauritz Cornélius Escher a réalisé une série d'estampes intitulées *Limite circulaire*, dans lesquelles il a utilisé cette représentation de Poincaré.

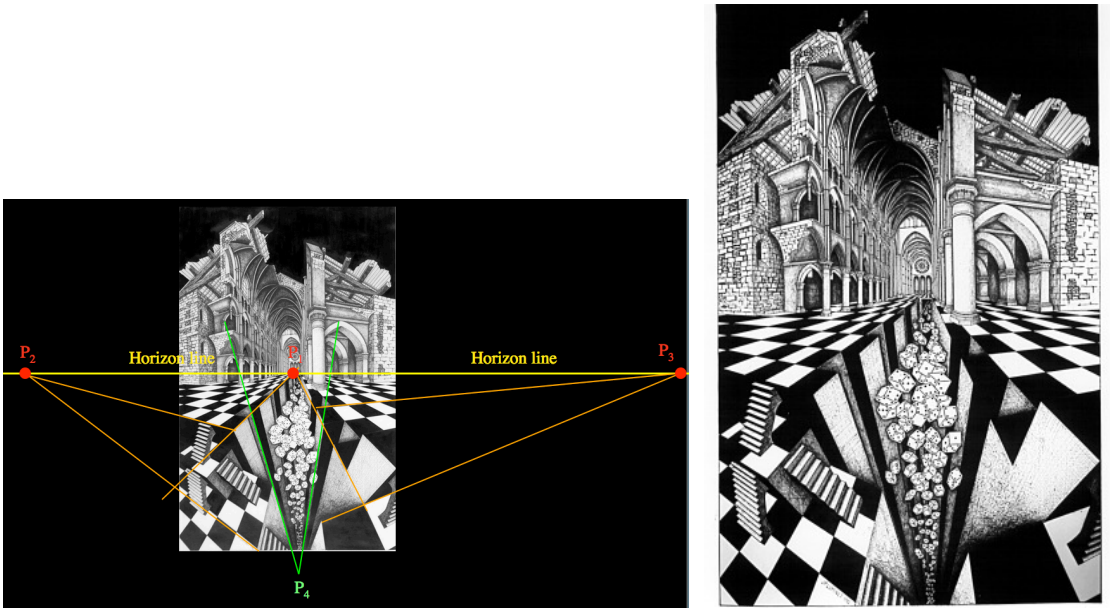


Gauche : Représentation de Poincaré du plan hyperbolique. En faisant agir les holonomies sur chaque point de l'octogone fondamental et en répétant de proche en proche le processus, on engendre un pavage du plan hyperbolique par des octogones réguliers et identiques. Poincaré a démontré que le plan hyperbolique, normalement infini, pouvait être entièrement représenté à l'intérieur d'un disque dont la frontière représente l'infini. Le modèle de Poincaré déforme les distances et les formes, ce qui explique pourquoi les octogones paraissent irréguliers et de plus en plus petits quand on s'approche du bord du disque. Toutes les lignes représentées sont des « droites » du plan hyperbolique, et coupent la frontière à angle droit. *Droite :* Dans cette gravure de 1959 intitulée « Limite circulaire III », Escher a utilisé la représentation de Poincaré pour paver le plan hyperbolique à l'aide de poissons.

La notion de symétrie est l'une des plus fondamentales de toute la géométrie. L'activité essentielle de cette branche des mathématiques est en effet la recherche de formes « pures », ce qui équivaut finalement à la recherche d'éléments invariants. Elle est si présente dans la nature, de notre visage aux cristaux atomiques, que l'on ne peut s'empêcher de croire qu'elle a une place importante dans l'origine et l'explication du monde. Étudiée par Évariste Galois en 1832 et par Emmy Noether en 1916, la compréhension du rôle de la symétrie n'est apparue pleinement qu'au XXe siècle avec l'emploi de la théorie des groupes en physique.

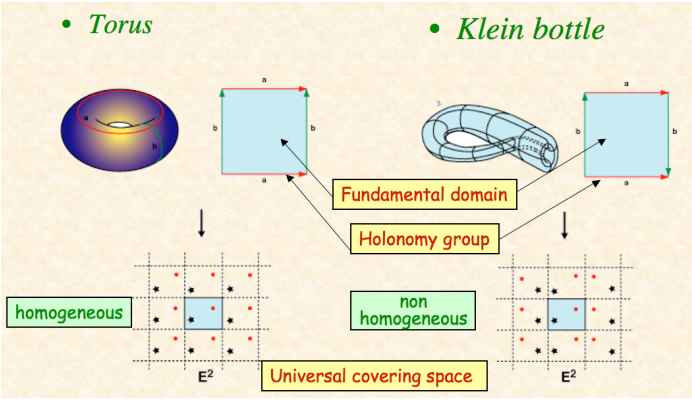
La symétrie est aussi omniprésente dans les arts. Toutefois, la notion (subjective) de beauté est plutôt liée à un *léger* écart à la symétrie. Les plus beaux visages ne sont pas parfaitement symétriques, les architectures les plus « réussies » mêlent symétrie et surprise. La physique étudie précisément les « brisures » de symétrie et montre que celles-ci jouent un rôle au moins aussi fondamental dans la nature que la symétrie en elle-même. Alors que la symétrie parfaite est statique, la brisure de symétrie introduit en effet une dynamique (par exemple en physique des particules, dans les transitions de phase, dans la cosmologie des hautes énergies, etc.).

Suivant cette ligne de raisonnement, j'ai cherché à transposer le concept de symétrie brisée dans diverses œuvres graphiques, à l'encre de chine et en lithographie. Dans *Trou noir* (1979), j'ai créé une illusion d'optique (le dallage en forme de damier semble incurvé sous le poids de la cathédrale alors qu'il est parfaitement rectiligne) en violant les lois habituelles de la perspective : outre les trois points de fuite P_1-P_2-P_3 situés sur la ligne d'horizon vers laquelle les lignes parallèles convergent, l'adjonction d'un point de fuite additionnel P_4 sur une verticale attire le regard vers le bas et crée la courbure apparente du damier vers le fond du trou.

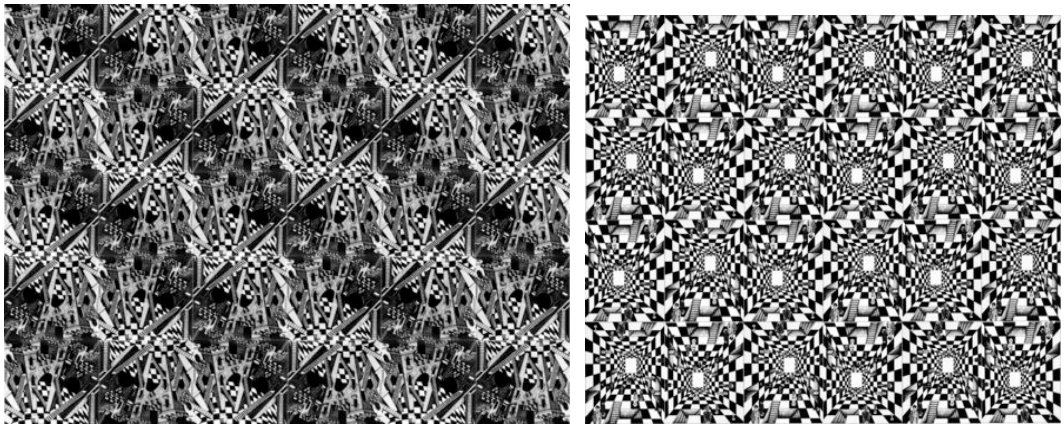


J.-P. Luminet, *Trou noir*, encre de chine, 1979 (collection privée)

Tiling 1 et *Tiling* 2 sont directement issus de considérations sur la topologie et les tessellations. La répétition d'un carré par un groupe bidimensionnel de translations engendre un espace de revêtement universel parfaitement homogène, qui reflète les propriétés topologiques du tore. En revanche, en répétant un carré par un groupe d'holonomies moins symétrique, engendré par une translation et une translation combinée à une symétrie miroir, on engendre un espace de revêtement universel non homogène, qui reflète les propriétés topologiques d'une bouteille de Klein (une surface euclidienne fermée et non-orientable). La transposition graphique d'une telle « brisure de symétrie translationnelle », obtenue en répétant des motifs donnés selon les règles de la bouteille de Klein plutôt que celle du tore, crée des effets dynamiques étonnants.



Espace homogène/inhomogène



J.-P. Luminet, *Tiling 1 et Tiling 2,* collages (2005), Collège Cairoli et Université de Pavie, Italie.

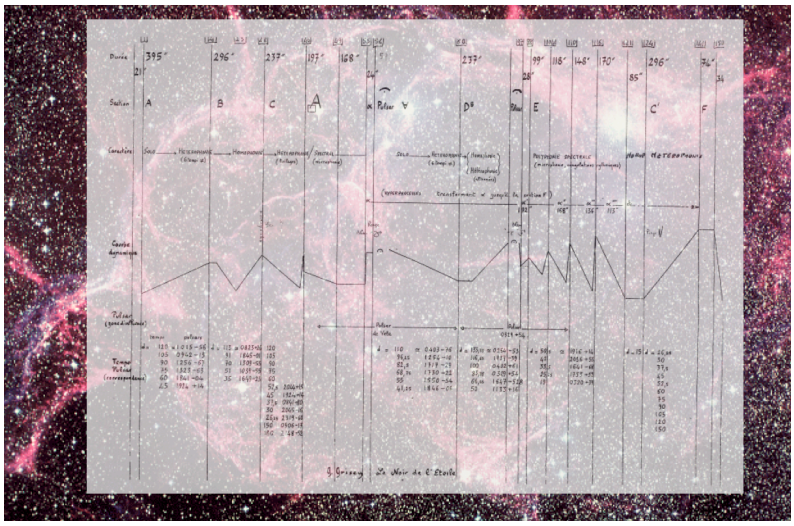
LA MUSIQUE DES SPHÈRES

La *République* de Platon est la première référence écrite à l'harmonie des sphères célestes. Auparavant, Pythagore avait soutenu que l'univers entier était l'écho d'un chant harmonieux, les proportions régulières du monde étant supposées correspondre aux intervalles musicaux. La tradition classique considérait la musique comme une science mathématique à part entière. Dans les disciplines majeures du *quadrivium*, elle figure aux côtés de la géométrie, de l'arithmétique et de l'astronomie. À la fin du Moyen Âge, le théoricien de la musique Franchino Gafurio acquit une copie d'une traduction latine des *Harmoniques* de Ptolémée, et rédigea son propre traité de *Pratique musicale* (1496). Le frontispice de son ouvrage synthétisait les théories alors en vigueur sur la musique des sphères.

En 1572, l'humaniste Girolamo Mei écrivit au musicien florentin Vincenzo Galilei, père de Galilée, une lettre concernant la nature de la musique grecque. Il y discutait du pouvoir présumé de la musique grecque sur les émotions. À partir de ces idées, V. Galilei et ses collègues de Florence développèrent une nouvelle esthétique musicale qui déboucha sur l'*Orfeo* de Monteverdi (1607), le premier « drame lyrique ».

Mais Kepler poussa encore plus loin, dans *L'Harmonie du monde*, l'idée du rapport entre musique et astronomie. S'il renonça à l'utilisation cosmologique des polyèdres après avoir découvert l'ellipticité des orbites planétaires, il vit dans cette découverte la source d'une richesse harmonique accrue. Par rapport au cercle, chaque ellipse se caractérise en effet par un paramètre supplémentaire, son excentricité, reliée au rapport entre le grand et le petit axe. Bien auparavant, les pythagoriciens avaient imaginé que chaque corps céleste émettait un son d'autant plus haut que sa vitesse sur son orbite était élevée. L'ensemble des sons émis par tous les astres devait constituer une harmonie céleste. Kepler tenta de restaurer l'idée dans ce nouveau contexte. Or, sur une orbite elliptique, la vitesse d'une planète varie : elle ne chante plus une note unique, mais un intervalle délimité par les vitesses maximale et minimale sur son orbite. À chaque planète, Kepler associa donc deux ou plusieurs rapports de nombres entiers, mis en parallèle avec les rapports musicaux correspondants exprimés en termes de tons, demi-tons, tierces, quintes, sixièmes et octaves… L'ensemble ainsi constitué formait une véritable harmonie au sens musical, que Kepler pensait être le reflet de la structure du système solaire : « les réflexions multiples issues des corps célestes créent une mélodie, qui est la musique sous laquelle danse le monde sublunaire » écrivit-il, ajoutant « La Terre chante les notes Mi-Fa-Mi, d'après lesquelles ont peut conclure que notre monde est gouverné par la Misère et la Famine. »

Kepler s'adressait autant à la sensation et à la psychologie qu'à la raison. Ses raisonnements peuvent nous sembler aujourd'hui naïfs, mais tout au long de l'histoire le concept de musique des sphères n'a jamais cessé d'inspirer poètes et compositeurs d'une manière ou d'une autre.



G. Grisey et J.-P. Luminet, *Le Noir de l'étoile*, pour six percussionnistes, bande magnétique et retransmission in situ de signaux astronomiques. Cette pièce musicale incorpore les rythmes engendrés par des pulsars – étoiles à neutrons en rotation rapide. Les tempi et les rythmes sont entièrement calqués sur les vitesses et les fréquences de rotation de ces vestiges d'étoiles qui ont jadis exposé en supernova. La date et l'heure précise du concert sont déterminées par les moments où les ondes radio émises par les pulsars peuvent être détectées dans la fenêtre d'un radiotélescope et retransmises directement dans la salle de concert. *Image de fond :* Reste d'une supernova qui a explosé il y a 12 000 ans, abritant en son cœur le pulsar de Vela qui tourne sur lui-même 11 fois par seconde.

En 1991, j'ai collaboré avec le compositeur Gérard Grisey dans la conception d'une œuvre astronomique et musicale intitulée *Le Noir de l'Etoile*, pour six percussionnistes et deux « guest stars », en l'occurrence des pulsars délivrant leurs rythmes implacables depuis les profondeurs de l'espace, pareils à des métronomes célestes guidant les mains des interprètes terrestres. Les signaux de pulsars proviennent d'enregistrements sur bande magnétique ou, lorsque les circonstances s'y prêtent, d'une retransmission « live » à l'aide d'une captation par radiotélescope. Temps des hommes et temps des astres, normalement incommensurables, sont ainsi reliés dans une œuvre d'art utopique. Ces sons venus des étoiles, transportant avec eux le témoignage d'un univers passé, peuvent se comparer aux voix d'une ancienne sagesse redécouverte, nouveau langage ne connaissant pas de barrières culturelles, religieuses ou territoriales.

CONCLUSION

La science, par opposition à l'art, privilégie le mode de la rationalité. Ce n'est pas pour autant que la beauté en est absente. Son histoire montre combien ses protagonistes furent guidés par une recherche esthétique. Les acteurs de la physique du XXe siècle se sont interrogés sur le rôle de la beauté dans la construction, et aussi dans la sélection des théories. Le physicien théoricien britannique Paul Dirac déclarait ainsi en 1963 « Il

semble que si l'on travaille avec le but d'obtenir de la beauté dans ses équations, et si l'on a vraiment une vue juste, on est dans une voie sûre de progrès ». L'équation qu'il introduisit était apparemment en désaccord total avec les faits. Elle a pourtant fondé toute la théorie quantique des champs, aujourd'hui universellement acceptée.

Parmi les nombres quantiques caractérisant le quark, particule élémentaire constitutive de la matière atomique, trois ont été appelés beauté, charme et vérité. Mais si la beauté d'une théorie est un critère reconnu, reste à voir comment elle se manifeste : par des proportions géométriques, la symétrie des équations, leur simplicité, l'économie de moyens, etc. ? Plusieurs types de critères ont été proposés et retenus préférentiellement selon les époques. Dans la recherche scientifique, c'est probablement là que réside la part la plus subjective et la plus dépendante du contexte socioculturel. Après les revendications explicites d'un Kepler, d'un Einstein et de tant d'autres, des physiciens contemporains tels que John Wheeler et Roger Penrose ont insisté sur le rôle de l'esthétique dans le choix et évaluation des théories scientifiques : « C'est une chose mystérieuse que ce qui apparaît élégant a de meilleures chances d'être vrai que ce qui est laid », a déclaré Penrose.

Aujourd'hui, de nombreux physiciens fondent de grands espoirs dans les théories des supercordes pour décrire le contenu ultime du monde. Pourtant, proposées déjà depuis plus de trente ans, elles n'ont encore permis aucune prédiction, et encore moins de vérification. Leur attrait réside sans aucun doute dans leur élégance et dans les multiples symétries qu'elles mettent en jeu. L'avenir dira si celles-ci étaient annonciatrices de vérité ou pas.

La créativité dans l'art et la science fait partie intégrante de la recréation d'un nouvel « humanisme du savoir », dans lequel les arts et les sciences ne doivent pas être opposés sous forme de deux cultures œuvrant de manière différente, mais liés parce qu'ils reposent sur les mêmes instincts et intuitions issus de l'imagination humaine. Comme la science, les arts ont développé des règles fondamentales : les poètes se sont astreints à des contraintes formelles, les peintres ont exploré les variations sur les lois de la perspective, les musiciens ont développé des langages harmoniques à la fois simples et complexes. Les modes d'organisation formelle ont changé au cours du temps, mais un œuvre d'art repose généralement sur la tension entre une structure et une imprévisible liberté.

Il est juste aussi de reconnaître l'engagement passionné qui se cache sous la croûte aride de l'article scientifique. Le savoir objectif ne peut pas être séparé de l'émotion ; leur racine commune est l'étonnement devant le monde, lequel s'exprime par une intégration harmonieuse de toutes nos facultés intellectuelles et créatives. Comme le notait Albert Einstein en 1954, « L'homme cherche à se façonner, de façon plus ou moins appropriée, une image intérieure du monde, image simplifiée et bien ordonnée ; et il tente de maîtriser le monde de l'expérience en lui substituant jusqu'à un certain point cette image. C'est ce que font le peintre, le poète, le philosophe spéculatif et le chercheur scientifique, chacun à sa façon ».

A cet égard, l'imagination géométrique se révèle particulièrement efficiente.